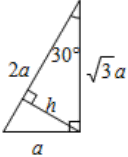
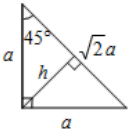
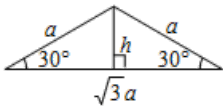
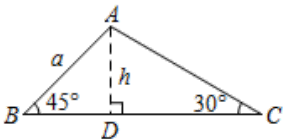
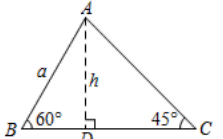
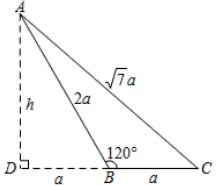
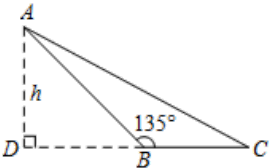
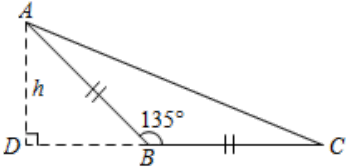
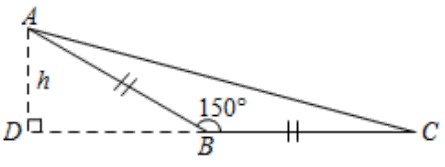


第2讲 勾股定理综合应用

一、含特殊角的三角形

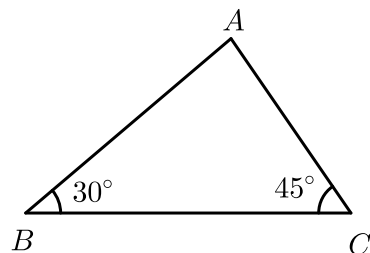
特殊三角形	三边比	面积	最长边的高
			
			
			

构造特殊直角三角形

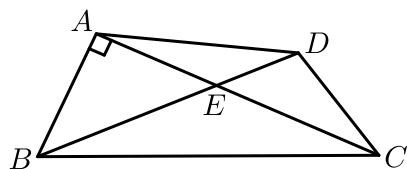
 已知 $AB=a$, 则 $BD=AD=$ _____ , $CD=$ _____ , $AC=$ _____ , $BC=$ _____ .	 已知 $AB=a$, 则 $BD=$ _____ , $AD=CD=$ _____ , $AC=$ _____ , $BC=$ _____ .
 已知 $AB=2a$, $BC=a$, $\angle ABC = 120^\circ$, 构造 $Rt\triangle ADB$, 解 $Rt\triangle ADC$, $AC=$ _____	 已知 $AB = \sqrt{2}a$, $BC=a$, $\angle ABC = 135^\circ$, 构造 $Rt\triangle ADB$, 解 $Rt\triangle ADC$, $AC=$ _____
 已知 $AB = BC = a$, $\angle ABC = 135^\circ$, 构造 $Rt\triangle ADB$, 解 $Rt\triangle ADC$, $AC=$ _____ .	 已知 $AB = BC = a$, $\angle ABC = 150^\circ$, 构造 $Rt\triangle ADB$, 解 $Rt\triangle ADC$, $AC=$ _____ .

例题

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = \sqrt{3} + 1$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积．

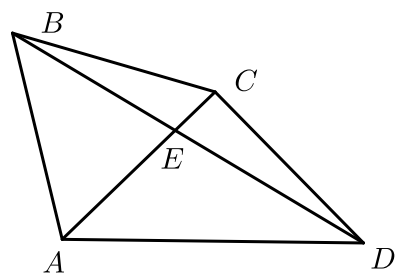


2. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 交于点 E ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle CED = 45^\circ$ ， $\angle DCE = 30^\circ$ ， $DE = \sqrt{2}$ ， $BE = 2\sqrt{2}$ ．求 AC 的长和四边形 $ABCD$ 的面积．

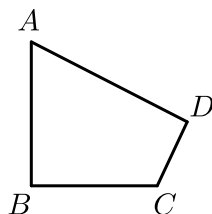


练习

3. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $\triangle ACD$ 是等腰三角形，且 $\angle ACD = 90^\circ$ ， $AD = 2$ ，连接 BD 交 AC 于点 E ，则 AE 的长为 _____ ．

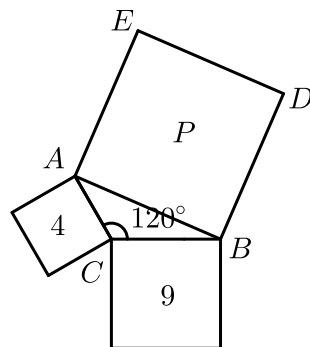


4. 如图，已知 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB = 4$ ， $CD = 2$ ．求四边形 $ABCD$ 的面积．



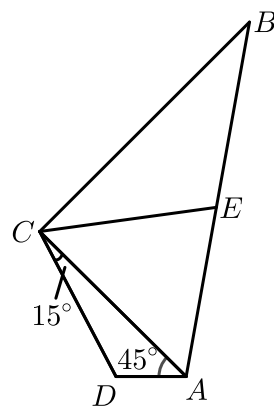
例题

5. 如图，图中数字代表正方形的面积， $\angle ACB = 120^\circ$ ，则正方形 P 的面积为 _____ .



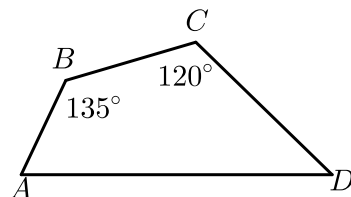
练习

6. 已知四边形 $ABCD$ 中， $AB = 10$ ， $BC = 8$ ， $CD = 2\sqrt{6}$ ， $\angle DAC = 45^\circ$ ， $\angle DCA = 15^\circ$.



(1) 求 $\triangle ADC$ 的面积 .

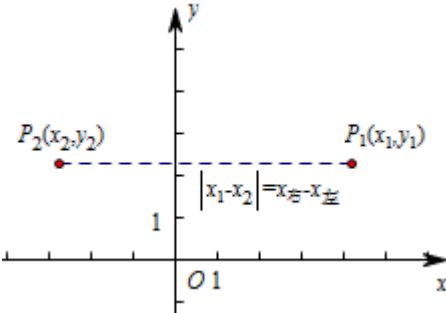
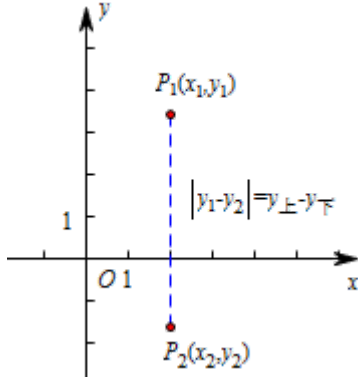
7. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 135^\circ$ ， $\angle BCD = 120^\circ$ ， $AB = \sqrt{6}$ ， $BC = 5 - \sqrt{3}$ ， $CD = 6$ ，求 AD 的长 .



二、 两点间距离公式

复习回顾

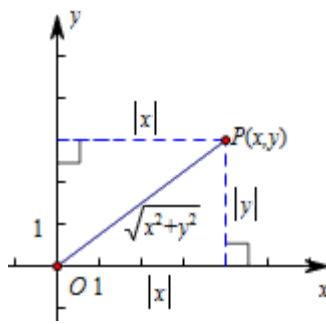
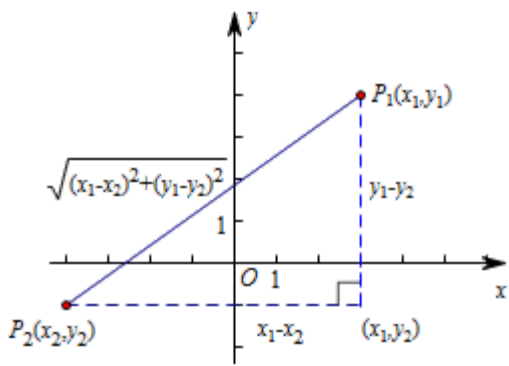
平行于 x 轴或 y 轴的两点 P_1 、 P_2 ，那么这两点间距离为：

$P_1P_2 = \underline{\hspace{2cm}}$	$P_1P_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
	

思考：

如果这两点 P_1 、 P_2 不平行与 x 轴或 y 轴，那这两点间的距离还可求吗？

两点间距离公式

点 $P(x, y)$ 到原点的距离 $ OP = \underline{\hspace{2cm}}$	点 $P_1(x_1, y_1)$ 到点 $P_2(x_2, y_2)$ 的距离 $ P_1P_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
	

例题

8. 在平面直角坐标系中，点 $P(-3, 2)$ 到原点的距离为 _____ 。

9. 在平面直角坐标系中，点 $(0, 1)$ 与 $(3, 2)$ 之间的距离为 _____ .

练习

10. 在平面直角坐标系中，点 $A(-1, 2)$ 与点 $B(-3, -2)$ 的距离是 () .

A. $\sqrt{5}$

B. $2\sqrt{5}$

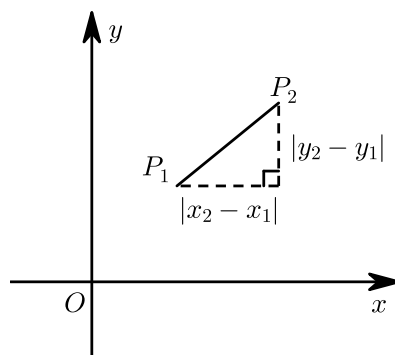
C. $3\sqrt{5}$

D. $4\sqrt{5}$

11. 阅读下列材料，然后回答下列问题 .

如图，已知在平面内的两点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ ，其两点间的距离可利用勾股定理求得：

$$P_1P_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} .$$



(1) 已知 $A(2, 4)$ 、 $B(-3, -8)$ ，试求 A 、 B 两点间的距离 .

(2) 已知一个三角形各顶点坐标为 $D(1, 3)$ 、 $E(5, 1)$ 、 $F(2, 5)$ ，你能判定此三角形的形状吗？说明理由 .

例题

12. 请阅读下列材料：

问题：如图1，点 A 、 B 在直线 l 的同侧，在直线 l 上找一点 P ，使得 $AP + BP$ 的值最小.

小明的思路是：如图2所示，先做点 A 关于直线 l 的对称点 A' ，使点 A' 、 B 分别位于直线 l 的两侧，再连接 $A'B$ ，根据“两点之间线段最短”可知 $A'B$ 与直线 l 的交点 P 即为所求.

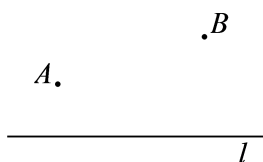


图1

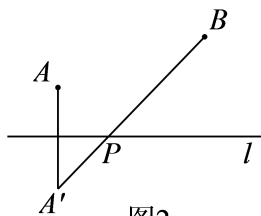


图2

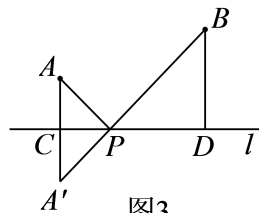


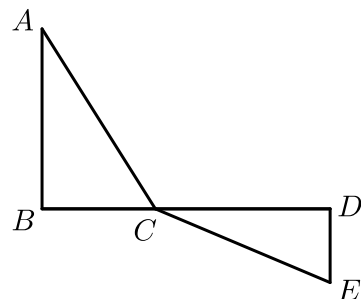
图3

请你参考小明同学的思路，探究并解决下列问题：

- (1) 如图3，在图2的基础上，设 AA' 与直线 l 的交点为 C ，过点 B 作 $BD \perp l$ ，垂足为 D . 若 $CP = 1$ ， $AC = 1$ ， $PD = 2$ ，直接写出 $AP + BP$ 的值.
- (2) 将(1)中的条件“ $AC = 1$ ”去掉，换成“ $BD = 4 - AC$ ”，其它条件不变，直接写出此时 $AP + BP$ 的值.
- (3) 请结合图形，求 $\sqrt{(m-3)^2 + 1} + \sqrt{(9-m)^2 + 4}$ 的最小值.

练习

13. 如图， C 为线段 BD 上一动点，分别过点 B 、 D 作 $AB \perp BD$ ， $ED \perp BD$ ，连接 AC 、 EC 。



(1) 若 $AB = 5$ ， $DE = 1$ ， $BD = 8$ ，设 $CD = x$ 。

① 当 $AC = CE$ 时，求 x 的值。

② 求 $AC + CE$ 的最小值。

(2) 结合(1)中的规律的结论，请构造图形，并求出代数式 $\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(12 - x)^2 + 9}$ 的最小值。

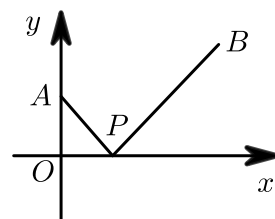
三、勾股定理与将军饮马

将军饮马常见模型

$PA + PB$ 最小	$\triangle APQ$ 周长最小	$PA + PB$ 最小

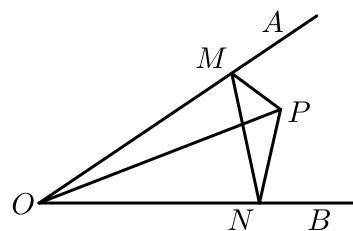
|| 例题

14. 如图, $A(0,1)$, $B(3,2)$, 点 P 为 x 轴上任意一点, 则 $PA + PB$ 的最小值为 () .

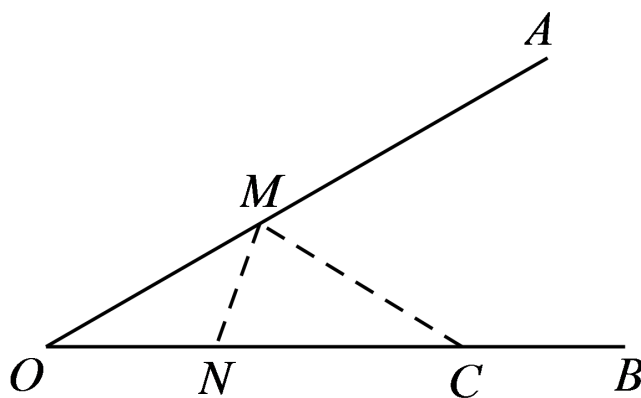


- A. 3 B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $\sqrt{10}$

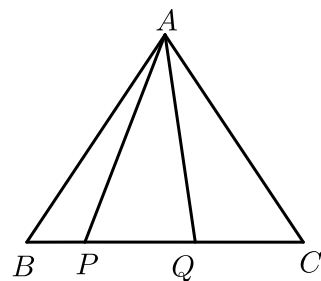
15. 如图, 已知 $\angle AOB = 45^\circ$, $\angle AOB$ 内有一点 P , $OP = 6\sqrt{2}$, M 为射线 OA 上一动点, N 为射线 OB 上一动点, 则 $PM + MN + PN$ 的最小值为 _____ .



16. 如图, $\angle AOB = 30^\circ$, $OC = 2$, 在 OA 上找一点 M , 在 OB 上找一点 N , 使得 $CM + MN$ 最小, 则此最小值为 _____ .



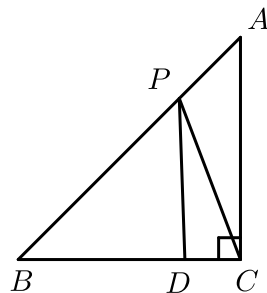
17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 6$ ，动点 P ， Q 在边 BC 上(P 在 Q 的左边)，且 $PQ = 2$ ，则 $AP + AQ$ 的最小值为()。



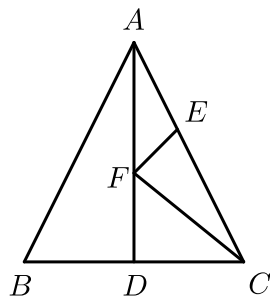
- A. 8 B. $2\sqrt{13}$ C. 9 D. $2\sqrt{17}$

练习

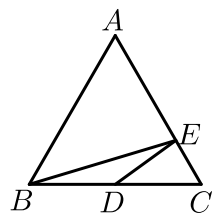
18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 在 BC 上， $BD = 3$ ， $DC = 1$ ，点 P 是 AB 上的动点，则 $PC + PD$ 的最小值为_____。



19. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 13$ ， $BC = 10$ ， AD 是 BC 边上的中线， $AD = 12$ ， F 是 AD 上的动点， E 是 AC 边上的动点，则 $CF + EF$ 的最小值为_____。

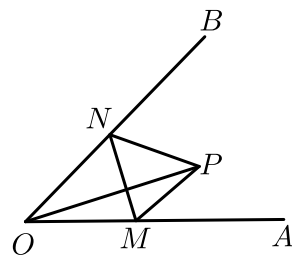


20. 如图，已知点 D 是等边三角形 ABC 中 BC 的中点， $BC = 2$ ，点 E 是 AC 边上的动点，则 $BE + ED$ 的和最小值为()。



- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{7}$ C. 3 D. $\sqrt{3} + 1$

21. 如图，已知 $\angle AOB = 45^\circ$ ，点 P 在 $\angle AOB$ 内， $OP = 2014$ ，分别在 OA ， OB 上取点 M 、 N ，则 $C_{\triangle PMN}$ 最小值为 _____ ．



22. 如图①，长方形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $BC = 10$ ，在边 CD 上取一点 E ，将 $\triangle ADE$ 折叠后点 D 恰好落在 BC 边上的点 F ．

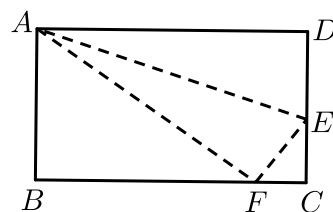


图 ①

- (1) 求 CE 的长．
 (2) 建立平面直角坐标系如图②所示，在 x 轴上找一点 P ，使 $PA + PE$ 的值最小，求出最小值和点 P 的坐标．

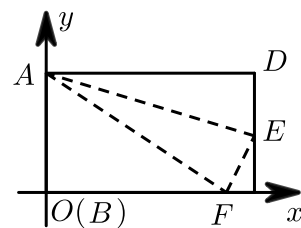


图 ②